Université Paris II - Institut de Melun
Prérentrée Licence AES

Techniques quantitatives

Matthieu Richard - matthieu.richard@centraliens.net

Lundi 25 septembre 2017

Sommaire

Exemple de problème économique

Le bureau des élèves souhaite proposer aux étudiants un sweat aux couleurs de l'université. Un fournisseur lui propose les sweats dûment floqués à 20 euros l'unité. Les frais de livraison s'élèvent à 100 €.

- Combien coûterait l'achat de 10 sweats ? de 30 sweats ?
- Le bureau des élèves souhaiterait disposer d'un support graphique représentant les dépenses qu'il engagerait en fonction du nombre de sweats achetés. Que proposez-vous ?

Exemple de problème économique

Le bureau des élèves souhaite proposer aux étudiants un sweat aux couleurs de l'université. Un fournisseur lui propose les sweats dûment floqués à 20 euros l'unité. Les frais de livraison s'élèvent à 100 €.

- Combien coûterait l'achat de 10 sweats ? de 30 sweats ?
- Le bureau des élèves souhaiterait disposer d'un support graphique représentant les dépenses qu'il engagerait en fonction du nombre de sweats achetés. Que proposez-vous ?

Exemple de problème économique

Le bureau des élèves souhaite proposer aux étudiants un sweat aux couleurs de l'université. Un fournisseur lui propose les sweats dûment floqués à 20 euros l'unité. Les frais de livraison s'élèvent à 100 €.

Formalisation du problème :

- Dépenses =
  prix d'un sweat × nb de sweats achetés + frais de livraison
- $D(x) = 20 \quad \times \quad x \quad + \quad 100$
  où $D(x)$ représente les dépenses du bureau des élèves (en euros) et x le nombre de sweats achetés.

Exemple de problème économique

Le bureau des élèves souhaite proposer aux étudiants un sweat aux couleurs de l'université. Un fournisseur lui propose les sweats dûment floqués à 20 euros l'unité. Les frais de livraison s'élèvent à 100 €.

Formalisation du problème :

- Dépenses =
  prix d'un sweat × nb de sweats achetés + frais de livraison
- $D(x) = 20 \quad \times \quad x \quad + \quad 100$
  où $D(x)$ représente les dépenses du bureau des élèves (en euros) et x le nombre de sweats achetés.
- La fonction $D(x) = 20x + 100$ permet ainsi de calculer les dépenses du bureau des élèves pour n'importe quelle quantité x de sweats achetés.
  Ainsi 10 sweats coûtent $D(10) = 20 \times 10 + 100 = 300$ €.

Exemple de problème économique

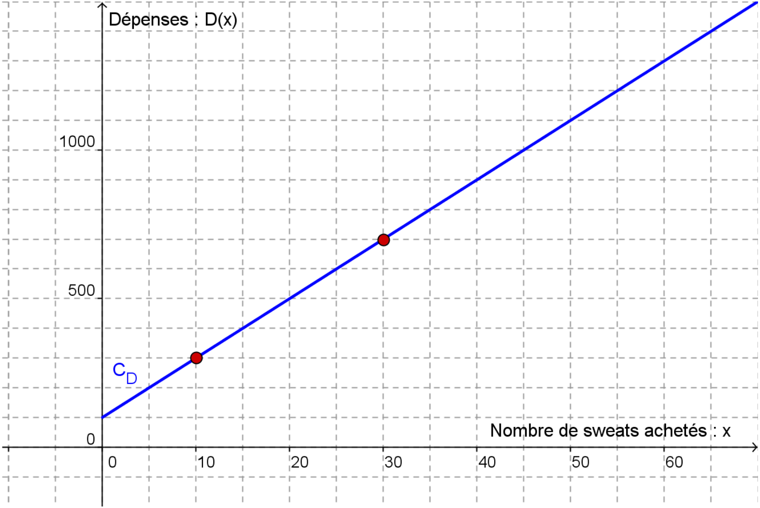
Le bureau des élèves souhaite proposer aux étudiants un sweat aux couleurs de l'université. Un fournisseur lui propose les sweats dûment floqués à 20 euros l'unité. Les frais de livraison s'élèvent à 100 €.

Formalisation du problème :

- Dépenses =
  prix d'un sweat × nb de sweats achetés + frais de livraison
- $D(x) = 20 \quad \times \quad x \quad + \quad 100$
  où $D(x)$ représente les dépenses du bureau des élèves (en euros) et x le nombre de sweats achetés.
- La fonction $D(x) = 20x + 100$ permet ainsi de calculer les dépenses du bureau des élèves pour n'importe quelle quantité x de sweats achetés.
  Ainsi 10 sweats coûtent $D(10) = 20 \times 10 + 100 = 300$ €.

Exemple de problème économique

Représentation graphique :



Exemple de problème économique (2)

Les recettes de la vente de sweats sont destinées à financer des activités pour les étudiants. Le bureau des élèves pense pouvoir vendre 10 sweats s'ils sont vendus à 50 €, 20 s'ils sont vendus à 40 €, 30 s'ils sont vendus à 30 € et ainsi de suite...

- Quelles seraient les recettes si le bureau des élèves vendait 10 sweats ? 30 sweats ?
- Représenter graphiquement les recettes de la vente de sweats en fonction du nombre de sweats vendus.

Exemple de problème économique (2)

Les recettes de la vente de sweats sont destinées à financer des activités pour les étudiants. Le bureau des élèves pense pouvoir vendre 10 sweats s'ils sont vendus à 50 €, 20 s'ils sont vendus à 40 €, 30 s'ils sont vendus à 30 € et ainsi de suite...

- Quelles seraient les recettes si le bureau des élèves vendait 10 sweats ? 30 sweats ?
- Représenter graphiquement les recettes de la vente de sweats en fonction du nombre de sweats vendus.

Exemple de problème économique (2)

Les recettes de la vente de sweats sont destinées à financer des activités pour les étudiants. Le bureau des élèves pense pouvoir vendre 10 sweats s'ils sont vendus à 50 €, 20 s'ils sont vendus à 40 €, 30 s'ils sont vendus à 30 € et ainsi de suite...

- On note x le nombre de sweats vendus et $p(x)$ le prix de vente unitaire d'un sweat lorsque x sweats sont vendus. D'après l'énoncé, $p(x) = 60 - x$.
- Recettes = nb de sweats vendus $\times$ prix de vente unitaire

Exemple de problème économique (2)

Les recettes de la vente de sweats sont destinées à financer des activités pour les étudiants. Le bureau des élèves pense pouvoir vendre 10 sweats s'ils sont vendus à 50 €, 20 s'ils sont vendus à 40 €, 30 s'ils sont vendus à 30 € et ainsi de suite...

- On note x le nombre de sweats vendus et $p(x)$ le prix de vente unitaire d'un sweat lorsque x sweats sont vendus. D'après l'énoncé, $p(x) = 60 - x$.
- Recettes = nb de sweats vendus $\times$ prix de vente unitaire
- $R(x) = x \times p(x) = x \times (60 - x) = 60x - x^2$.

Exemple de problème économique (2)

Les recettes de la vente de sweats sont destinées à financer des activités pour les étudiants. Le bureau des élèves pense pouvoir vendre 10 sweats s'ils sont vendus à 50 €, 20 s'ils sont vendus à 40 €, 30 s'ils sont vendus à 30 € et ainsi de suite...

- On note x le nombre de sweats vendus et $p(x)$ le prix de vente unitaire d'un sweat lorsque x sweats sont vendus. D'après l'énoncé, $p(x) = 60 - x$.
- Recettes = nb de sweats vendus $\times$ prix de vente unitaire
- $R(x) = x \times p(x) = x \times (60 - x) = 60x - x^2$.
- Pour 10 sweats vendus, les recettes s'élèvent à : $R(10) = 60 \times 10 - 10^2 = 600 - 100 = 500$ €.

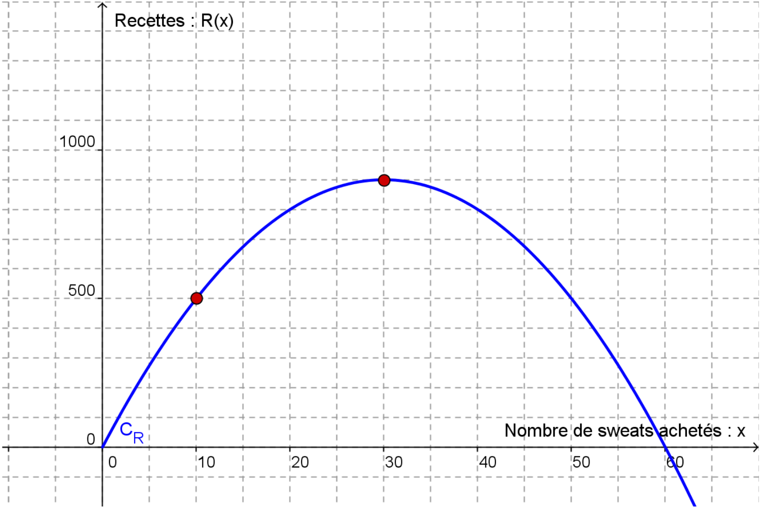
Exemple de problème économique (2)

Les recettes de la vente de sweats sont destinées à financer des activités pour les étudiants. Le bureau des élèves pense pouvoir vendre 10 sweats s'ils sont vendus à 50 €, 20 s'ils sont vendus à 40 €, 30 s'ils sont vendus à 30 € et ainsi de suite...

- On note x le nombre de sweats vendus et $p(x)$ le prix de vente unitaire d'un sweat lorsque x sweats sont vendus. D'après l'énoncé, $p(x) = 60 - x$.
- Recettes = nb de sweats vendus $\times$ prix de vente unitaire
- $R(x) = x \times p(x) = x \times (60 - x) = 60x - x^2$.
- Pour 10 sweats vendus, les recettes s'élèvent à : $R(10) = 60 \times 10 - 10^2 = 600 - 100 = 500$ €.

Exemple de problème économique (2)

- Représentation graphique :



Exemple de problème économique (3)

Le bureau des élèves souhaite proposer aux étudiants un sweat aux couleurs de l'université. Un fournisseur lui propose les sweats dûment floqués à 20 euros l'unité. Les frais de livraison s'élèvent à 100 €.
Les recettes de la vente de sweats sont destinées à financer des activités pour les étudiants. Le bureau des élèves pense pouvoir vendre 10 sweats s'ils sont vendus à 50 €, 20 s'ils sont vendus à 40 €, 30 s'ils sont vendus à 30 € et ainsi de suite...

- Combien de sweats le bureau des élèves doit-il commander s'il souhaite maximiser l'argent récolté lors de la vente ?

Exemple de problème économique (3)

- Bénéfice = Recettes - Dépenses
- Recettes : $R(x) = 60x - x^2$.

Exemple de problème économique (3)

- Bénéfice = Recettes - Dépenses
- Recettes : $R(x) = 60x - x^2$.
- Dépenses : $D(x) = 20x + 100$.

Exemple de problème économique (3)

- Bénéfice = Recettes - Dépenses

- Recettes : $R(x) = 60x - x^2$.
- Dépenses : $D(x) = 20x + 100$.

- Bénéfice :
  $B(x) = R(x) - D(x)$
  $B(x) = 60x - x^2 - (20x + 100)$
  $B(x) = -x^2 - 40x - 100.$

Exemple de problème économique (3)

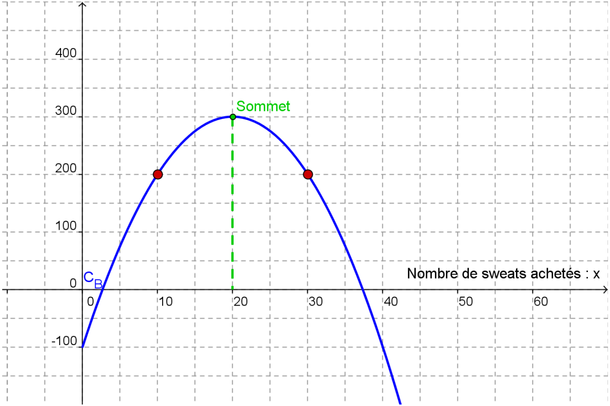
- Bénéfice = Recettes - Dépenses

- Recettes : $R(x) = 60x - x^2$.
- Dépenses : $D(x) = 20x + 100$.

- Bénéfice :
  $B(x) = R(x) - D(x)$
  $B(x) = 60x - x^2 - (20x + 100)$
  $B(x) = -x^2 - 40x - 100$.

Exemple de problème économique (3)

- Représentation graphique :



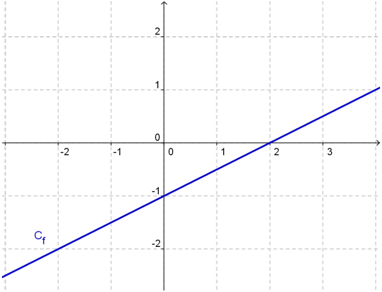
Le bénéfice est maximal lorsque le bureau des élèves commande 20 sweats. Le bureau des élèves récolte alors 300 € pour financer des activités pour les étudiants.

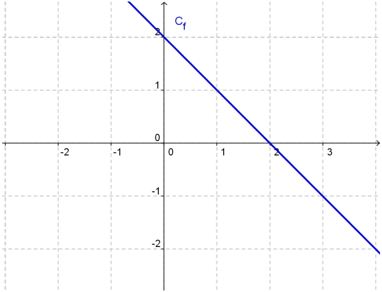
Fonctions affines

Définition

On appelle fonction affine une fonction du type $f(x) = ax + b$.

Exemples : $f(x) = 0,5x - 1$ et $f(x) = -x + 2$.





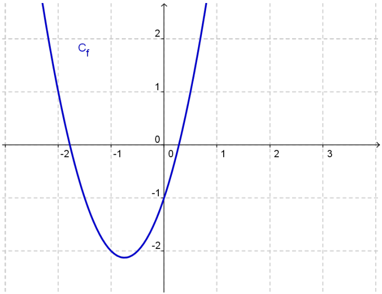
La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.

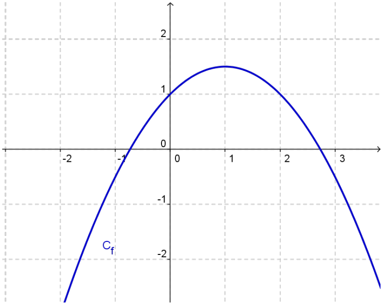
Fonctions polynomiales de degré 2

Définition

On appelle fonction polynomiale de degré 2 une fonction du type $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Exemples : $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ et $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$.



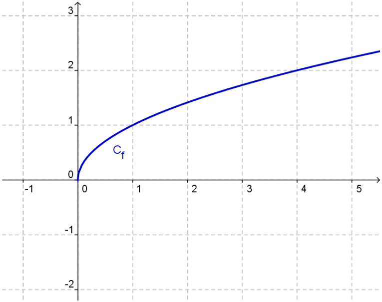


Leur courbe représentative est une parabole.

Fonction racine carrée

Définition

On appelle fonction racine carrée la fonction du type $f(x) = \sqrt{x}$.

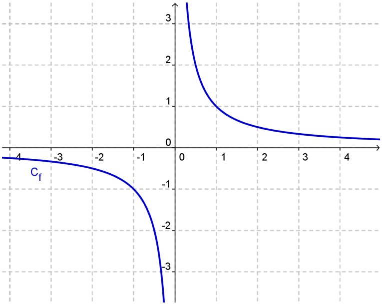


Sa courbe représentative est une demi-parabole.

Fonction inverse

Définition

On appelle fonction inverse la fonction du type $f(x) = \frac{1}{x}$.

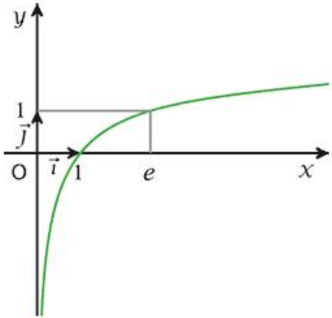


Sa courbe représentative est une hyperbole.

Logarithme

Définition

On appelle logartihme népérien l'unique fonction notée ln *admettant pour dérivée* $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ *et vérifiant* $\ln(1) = 0$.



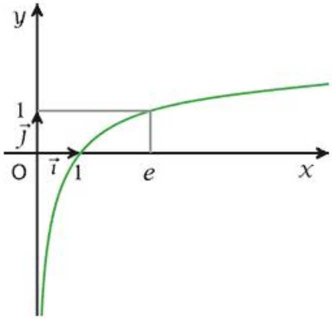
Propriétés :

- ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$.
- $\ln(e) = 1$

Logarithme

Définition

On appelle logartihme népérien l'unique fonction notée ln *admettant pour dérivée* $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ *et vérifiant* $\ln(1) = 0$.



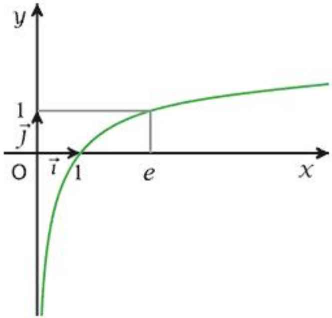
Propriétés :

- ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$.
- $\ln(e) = 1$
- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$

Logarithme

Définition

On appelle logartihme népérien l'unique fonction notée ln *admettant pour dérivée* $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ *et vérifiant* $\ln(1) = 0$*.*



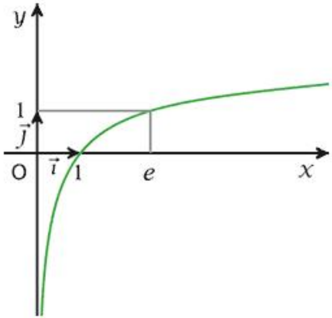
Propriétés :

- ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$.
- $\ln(e) = 1$
- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln(\frac{x}{y}) = \ln(x) - \ln(y)$

Logarithme

Définition

On appelle logartihme népérien l'unique fonction notée ln *admettant pour dérivée* $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ *et vérifiant* $\ln(1) = 0$.



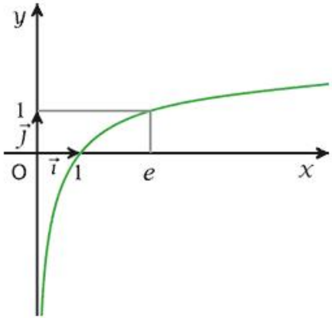
Propriétés :

- ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$.
- $\ln(e) = 1$
- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln(\frac{x}{y}) = \ln(x) - \ln(y)$
- $\ln(x^p) = p\ln(x)$

Logarithme

Définition

On appelle logartihme népérien l'unique fonction notée ln *admettant pour dérivée* $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ *et vérifiant* $\ln(1) = 0$.



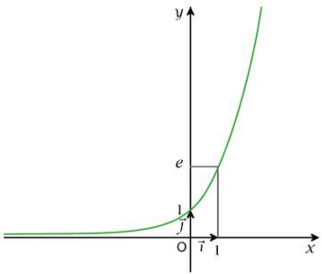
Propriétés :

- ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$.
- $\ln(e) = 1$
- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln(\frac{x}{y}) = \ln(x) - \ln(y)$
- $\ln(x^p) = p\ln(x)$

Exponentielle

Définition

La fonction exponentielle, notée exp*, est la fonction réciproque de la fonction logarithme.*



Notation : $e^x = \exp(x)$.

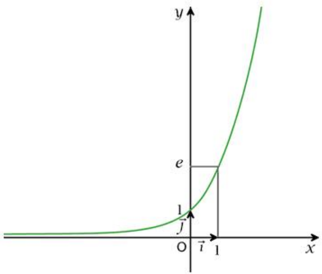
Propriétés :

- exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- $\exp(0) = 1$

Exponentielle

Définition

La fonction exponentielle, notée exp*, est la fonction réciproque de la fonction logarithme.*



Propriétés :

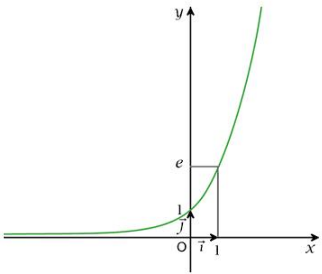
- exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- $\exp(0) = 1$
- $e^{x+y} = e^x \times e^y$

Notation : $e^x = \exp(x)$.

Exponentielle

Définition

La fonction exponentielle, notée exp*, est la fonction réciproque de la fonction logarithme.*



Notation : $e^x = \exp(x)$.

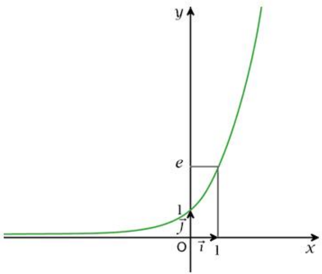
Propriétés :

- exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- $\exp(0) = 1$
- $e^{x+y} = e^x \times e^y$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$

Exponentielle

Définition

La fonction exponentielle, notée exp*, est la fonction réciproque de la fonction logarithme.*



Notation : $e^x = \exp(x)$.

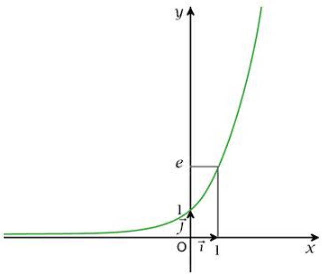
Propriétés :

- exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- $\exp(0) = 1$
- $e^{x+y} = e^x \times e^y$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- $e^{px} = [e^x]^p$

Exponentielle

Définition

La fonction exponentielle, notée exp*, est la fonction réciproque de la fonction logarithme.*



Notation : $e^x = \exp(x)$.

Propriétés :

- exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- $\exp(0) = 1$
- $e^{x+y} = e^x \times e^y$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- $e^{px} = [e^x]^p$

Autres fonctions

Il existe de nombreuses autres fonctions usuelles :

- les fonctions polynomiales de degré supérieur à 2
- les fractions rationnelles (quotients de 2 polynômes)

La grande majorité des fonctions que vous rencontrerez sont constituées de sommes, produits, quotients de différentes fonctions usuelles.

Autres fonctions

Il existe de nombreuses autres fonctions usuelles :

- les fonctions polynomiales de degré supérieur à 2
- les fractions rationnelles (quotients de 2 polynômes)
- les fonctions trigonométriques : sinus, cosinus, tangente,...

La grande majorité des fonctions que vous rencontrerez sont constituées de sommes, produits, quotients de différentes fonctions usuelles.

Autres fonctions

Il existe de nombreuses autres fonctions usuelles :

- les fonctions polynomiales de degré supérieur à 2
- les fractions rationnelles (quotients de 2 polynômes)
- les fonctions trigonométriques : sinus, cosinus, tangente,...
- etc...

La grande majorité des fonctions que vous rencontrerez sont constituées de sommes, produits, quotients de différentes fonctions usuelles.

Autres fonctions

Il existe de nombreuses autres fonctions usuelles :

- les fonctions polynomiales de degré supérieur à 2
- les fractions rationnelles (quotients de 2 polynômes)
- les fonctions trigonométriques : sinus, cosinus, tangente,...
- etc...

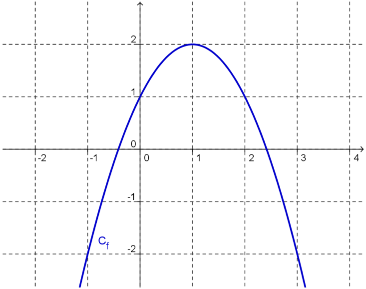
La grande majorité des fonctions que vous rencontrerez sont constituées de sommes, produits, quotients de différentes fonctions usuelles.

Exercices

Reconnaître les fonctions suivantes...

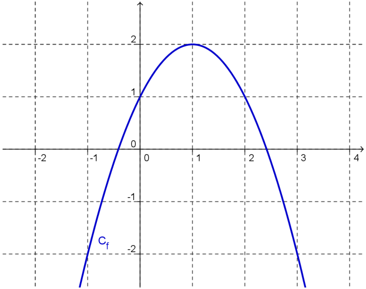
Le vocabulaire des fonctions

- La fonction :
  $f(x) = -x^2 + 2x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.



Le vocabulaire des fonctions

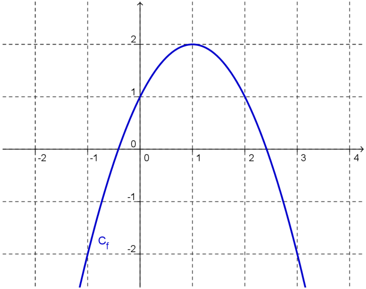
- La fonction :
  $f(x) = -x^2 + 2x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.



- L'ensemble de définition :
  $D_f =$

Le vocabulaire des fonctions

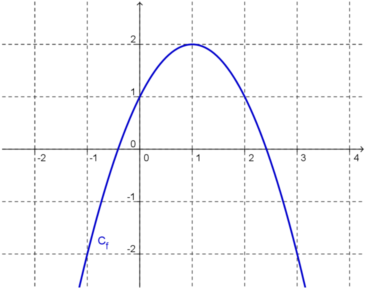
- La fonction :
  $f(x) = -x^2 + 2x + 1.$
- La courbe représentative de
  f : C_f.



- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...

Le vocabulaire des fonctions

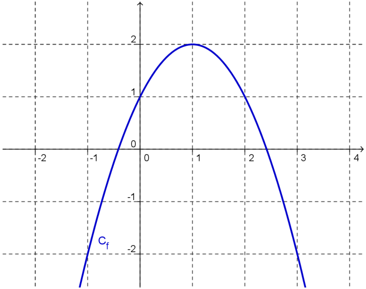
- La fonction :
  $f(x) = -x^2 + 2x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.



- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum

Le vocabulaire des fonctions

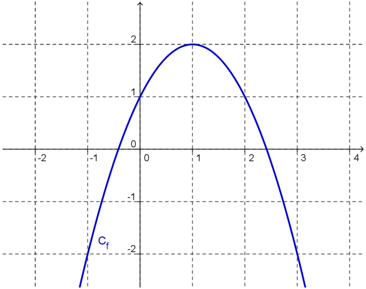
- La fonction : $f(x) = -x^2 + 2x + 1$.
- La courbe représentative de f : C_f.



- L'ensemble de définition : $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

Le vocabulaire des fonctions

- La fonction :
  $f(x) = -x^2 + 2x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.

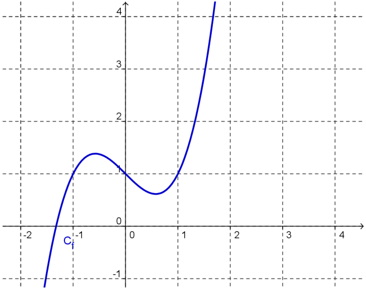


- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

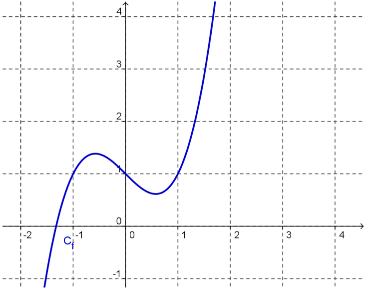
Exercices (1)

- La fonction :
  $f(x) = x^3 - x + 1.$
- La courbe représentative de
  f : C_f.

Exercices (1)

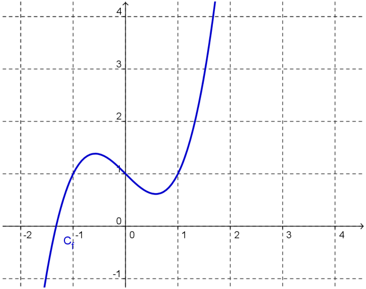
- La fonction :
  $f(x) = x^3 - x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

Exercices (1)

- La fonction : $f(x) = x^3 - x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

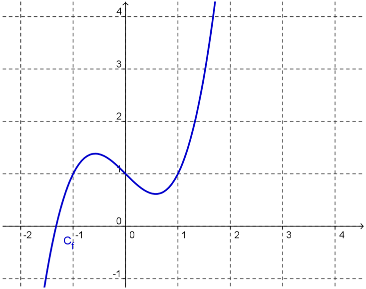
- L'ensemble de définition : $D_f =$

Exercices (1)

- La fonction : $f(x) = x^3 - x + 1$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

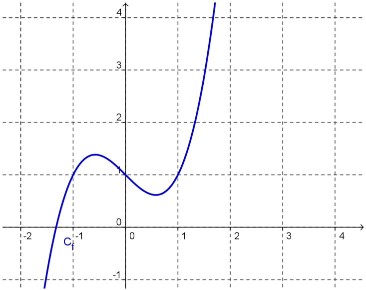
- L'ensemble de définition : $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...

Exercices (1)

- La fonction :
  $f(x) = x^3 - x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

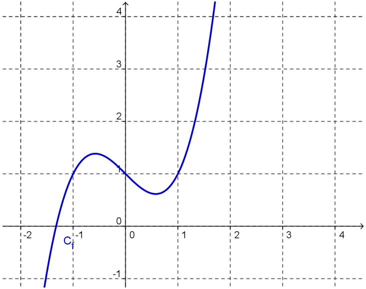
- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum

Exercices (1)

- La fonction :
  $f(x) = x^3 - x + 1.$
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

Exercices (1)

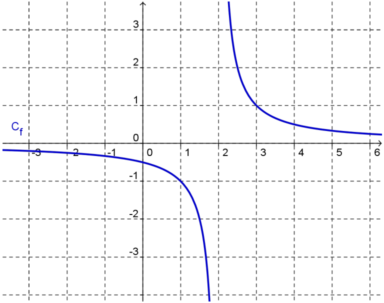
- La fonction :
  $f(x) = x^3 - x + 1$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

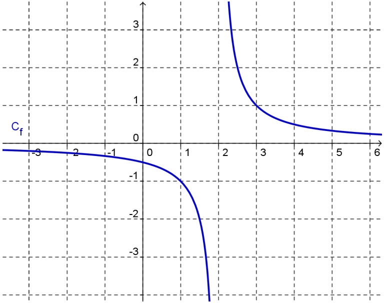
Exercices (2)

- La fonction :
  $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
- La courbe représentative de
  f : C_f.

Exercices (2)

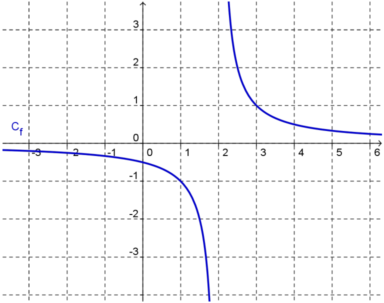
- La fonction : $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

Exercices (2)

- La fonction : $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

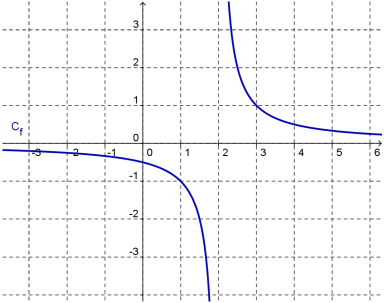
- L'ensemble de définition : $D_f =$

Exercices (2)

- La fonction :
  $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

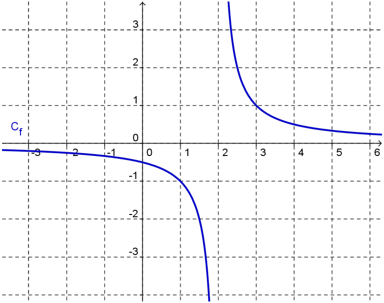
- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...

Exercices (2)

- La fonction : $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

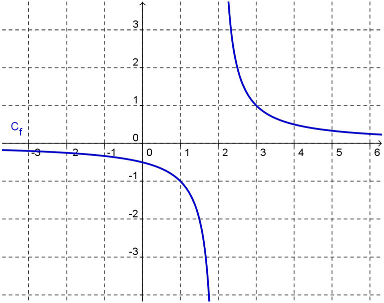
- L'ensemble de définition : $D_f =$
- La monotonie : f est croissante sur... f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels : maximum minimum

Exercices (2)

- La fonction :
  $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

Exercices (2)

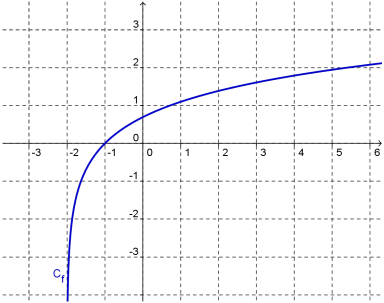
- La fonction :
  $f(x) = \frac{1}{x-2}$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

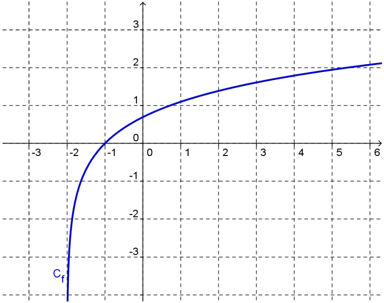
Exercices (3)

- La fonction :
  $f(x) = \ln(x+2)$.
- La courbe représentative de
  f : C_f.

Exercices (3)

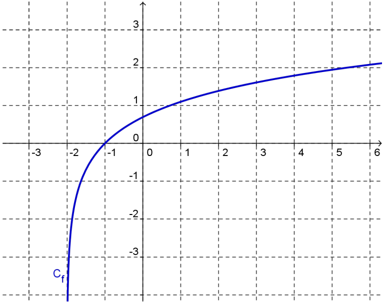
- La fonction :
  $f(x) = \ln(x+2)$.
- La courbe représentative de
  f : C_f.
- 

Exercices (3)

- La fonction : $f(x) = \ln(x + 2)$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

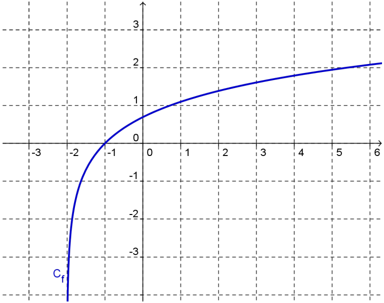
- L'ensemble de définition : $D_f =$

Exercices (3)

- La fonction : $f(x) = \ln(x + 2)$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

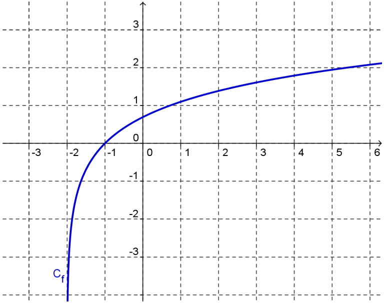
- L'ensemble de définition : $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...

Exercices (3)

- La fonction : $f(x) = \ln(x+2)$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

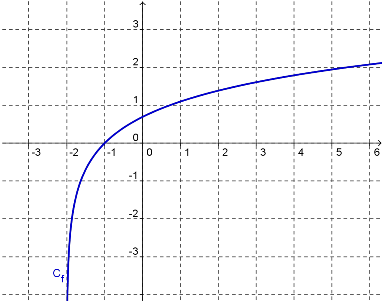
- L'ensemble de définition : $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum

Exercices (3)

- La fonction :
  $f(x) = \ln(x+2)$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

Exercices (3)

- La fonction :
  $f(x) = \ln(x+2)$.
- La courbe représentative de f : C_f.
- 

- L'ensemble de définition :
  $D_f =$
- La monotonie :
  f est croissante sur...
  f est décroissante sur...
- Les extremums éventuels :
  maximum
  minimum
- La dérivée :
  $f'(x) =$

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.
- La valeur de la dérivée lorsque le bureau des élèves vend 10 sweats vaut $B'(10) = 20$.
  Cela signifie que si le bureau des élèves décide de vendre non pas 10 sweats mais un de plus, c'est-à-dire 11, le bénéfice augmentera d'environ 20 €.

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.
- La valeur de la dérivée lorsque le bureau des élèves vend 10 sweats vaut $B'(10) = 20$.
  Cela signifie que si le bureau des élèves décide de vendre non pas 10 sweats mais un de plus, c'est-à-dire 11, le bénéfice augmentera d'environ 20 €.
- La dérivée f' d'une fonction f nous renseigne donc sur les variations de la fonction f.

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.
- La valeur de la dérivée lorsque le bureau des élèves vend 10 sweats vaut $B'(10) = 20$.
  Cela signifie que si le bureau des élèves décide de vendre non pas 10 sweats mais un de plus, c'est-à-dire 11, le bénéfice augmentera d'environ 20 €.
- La dérivée f' d'une fonction f nous renseigne donc sur les variations de la fonction f.

Les dérivées usuelles

Type de fonction	Fonction : $f(x)$	Dérivée : $f'(x)$
Constante k	$f(x) = k$	$f'(x) = 0$
Fonction affine	$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
Fonction carrée	$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
Fonction polynôme	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Fonction inverse	$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
Racine	$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
Logarithme	$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
Exponentielle	$f(x) = \mathrm{e}^x$	$f'(x) = \mathrm{e}^x$

Les dérivées usuelles : exercices

Dériver les fonctions suivantes :

(a) $f(x) = 6$

(b) $f(x) = 3x + 8$

(c) $f(x) = 4x^2 + 8x + 2$

(d) $f(x) = x^5$

(e) $f(x) = 3x^4 + 4x2 + 3x + 1$

Opérations sur les dérivées

Fonction : $f(x)$	Dérivée : $f'(x)$
$f(x) = u + v$	$f'(x) = u' + v'$
$f(x) = k \times u$, avec $k \in \mathbb{R}$	$f'(x) = k \times u'$
$f(x) = u \times v$	$f'(x) = u'v + uv'$
$f(x) = \frac{u}{v}$	$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Opérations sur les dérivées : exercices

Dériver les fonctions suivantes :

(a) $f(x) = 6x^2 + ln(x)$

(b) $f(x) = 8ln(x)$

(c) $f(x) = (x^2 + 4x + 2)ln(x)$

(d) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$

Dérivées des fonctions composées

Fonction : $f(x)$	Dérivée : $f'(x)$
$f(x) = e^u$	$f'(x) = u'e^u$
$f(x) = \ln u$	$f'(x) = \frac{u'}{u}$
$f(x) = u^n$	$f'(x) = nu'u^{n-1}$

Dérivées des fonctions composées : exercices

Dériver les fonctions suivantes :

(a) $f(x) = e^{4x^2+3x+1}$

(b) $f(x) = ln(3x+1)$

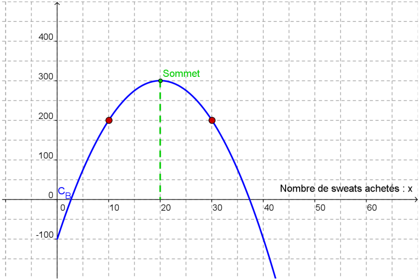
(c) $f(x) = (x^2+1)^4$

Les limites : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- Que devient le bénéfice si le bureau des élèves décide de vendre un très grand nombre de sweats ?

Les limites : approche économique

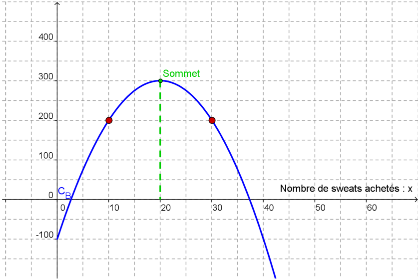
- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- Que devient le bénéfice si le bureau des élèves décide de vendre un très grand nombre de sweats ?



-

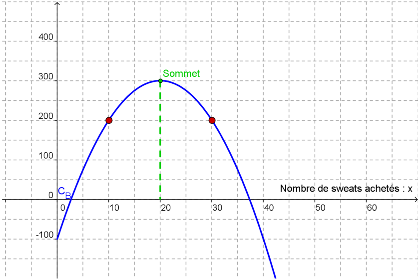
Les limites : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- Que devient le bénéfice si le bureau des élèves décide de vendre un très grand nombre de sweats ?



-
- On écrit que $\lim_{x \to +\infty} B(x) = -\infty$.
  Le bureau des élèves n'a donc pas intérêt à vendre une très

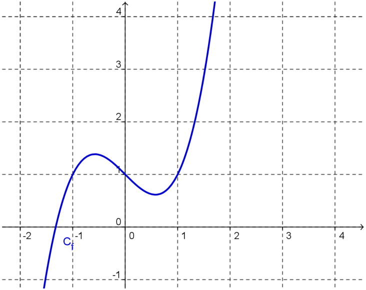
Les limites : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- Que devient le bénéfice si le bureau des élèves décide de vendre un très grand nombre de sweats ?
- 

- On écrit que $\lim\limits_{x \to +\infty} B(x) = -\infty$.

  Le bureau des élèves n'a donc pas intérêt à vendre une très

Les limites : exemple graphique (1)

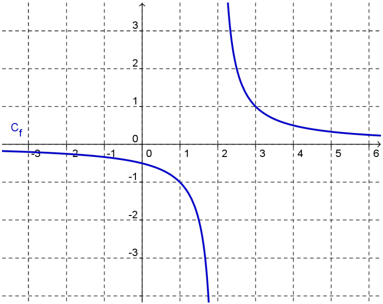


$$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -1} f(x) =$$

Les limites : exemple graphique (2)



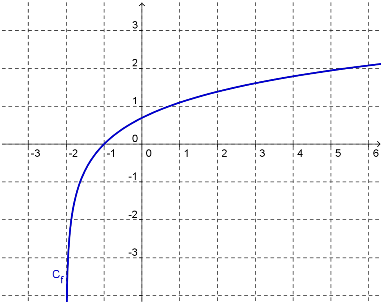
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$$

Les limites : exemple graphique (3)



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -1} f(x) =$$

Calcul de limites

En général, on calcule les limites d'une fonction uniquement aux bornes de son ensemble de définition.

Calculer les limites des fonctions suivantes aux bornes de leur ensemble de définition.

1. $f(x) = x^3 - x + 1$
2. $f(x) = \frac{1}{x-2}$
3. $f(x) = \ln(x+2)$

Bibliographie

Tout livre de Première et Terminale S ou ES

Van de Craats, Bosch, *Tout ce que vous avez appris et oublié en maths !*, Pearson