Université Paris II - Institut de Melun
Prérentrée Licence Économie-gestion

Mathématiques

Matthieu Richard - matthieu.richard@centraliens.net

Mercredi 27 septembre 2017

Sommaire

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.
- La valeur de la dérivée lorsque le bureau des élèves vend 10 sweats vaut $B'(10) = 20$.
  Cela signifie que si le bureau des élèves décide de vendre non pas 10 sweats mais un de plus, c'est-à-dire 11, le bénéfice augmentera d'environ 20 €.

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.
- La valeur de la dérivée lorsque le bureau des élèves vend 10 sweats vaut $B'(10) = 20$.
  Cela signifie que si le bureau des élèves décide de vendre non pas 10 sweats mais un de plus, c'est-à-dire 11, le bénéfice augmentera d'environ 20 €.
- La dérivée f' d'une fonction f nous renseigne donc sur les variations de la fonction f.

Les dérivées : approche économique

- Reprenons l'exemple économique initial. Lorsque le bureau des élèves vend x sweats, il réalise un bénéfice $B(x) = -x^2 + 40x - 100$.
- La dérivée de la fonction B est donnée par $B'(x) = -2x + 40$.
- La valeur de la dérivée lorsque le bureau des élèves vend 10 sweats vaut $B'(10) = 20$.
  Cela signifie que si le bureau des élèves décide de vendre non pas 10 sweats mais un de plus, c'est-à-dire 11, le bénéfice augmentera d'environ 20 €.
- La dérivée f' d'une fonction f nous renseigne donc sur les variations de la fonction f.

Les dérivées usuelles

Type de fonction	Fonction : $f(x)$	Dérivée : $f'(x)$
Constante k	$f(x) = k$	$f'(x) = 0$
Fonction affine	$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
Fonction carrée	$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
Fonction polynôme	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Fonction inverse	$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
Racine	$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
Logarithme	$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
Exponentielle	$f(x) = \mathrm{e}^x$	$f'(x) = \mathrm{e}^x$

Les dérivées usuelles : exercices

Dériver les fonctions suivantes :

(a) $f(x) = x^3 + 8x$

(b) $g(x) = 4x^2 + 8x + 2$

(c) $h(x) = 3e^x + 2\ln(x) + \frac{4}{x}$

Opérations sur les dérivées

Fonction : $f(x)$	Dérivée : $f'(x)$
$f(x) = u + v$	$f'(x) = u' + v'$
$f(x) = k \times u$, avec $k \in \mathbb{R}$	$f'(x) = k \times u'$
$f(x) = u \times v$	$f'(x) = u'v + uv'$
$f(x) = \frac{u}{v}$	$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Opérations sur les dérivées : exercices

Dériver les fonctions suivantes :

(a) $f(x) = x^2 + \ln(x)$

(b) $g(x) = 8\ln(x)$

(c) $h(x) = (x^2 + 4x + 2) \times \ln(x)$

(d) $j(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$

Dérivées des fonctions composées

Fonction : $f(x)$	Dérivée : $f'(x)$
$f(x) = e^u$	$f'(x) = u'e^u$
$f(x) = \ln u$	$f'(x) = \dfrac{u'}{u}$
$f(x) = u^n$	$f'(x) = nu'u^{n-1}$

Dérivées des fonctions composées : exercices

Dériver les fonctions suivantes :

(a) $f(x) = e^{4x^2+3x+1}$

(b) $g(x) = \ln(3x+1)$

(c) $h(x) = (x^2+1)^4$

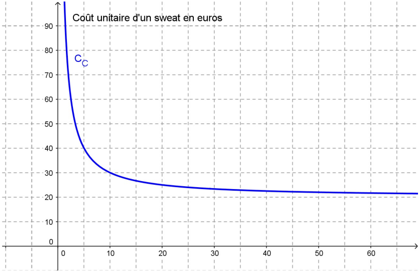
Les limites : approche économique

- Reprenons l'exemple initial. Lorsque le bureau des élèves achète x sweats, il réalise des dépenses $D(x) = 20x + 100$.
- Calculer le coût unitaire d'un sweat que l'on notera $C(x)$.

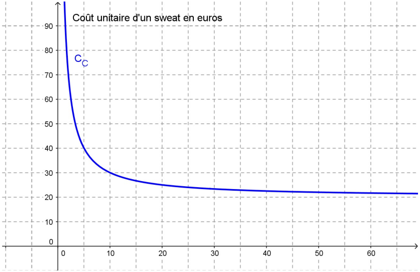
Les limites : approche économique

- Reprenons l'exemple initial. Lorsque le bureau des élèves achète x sweats, il réalise des dépenses $D(x) = 20x + 100$.
- Calculer le coût unitaire d'un sweat que l'on notera $C(x)$.
- Que devient le coût unitaire d'un sweat si le bureau des élèves décide d'acheter un très grand nombre de sweats ?

Les limites : approche économique

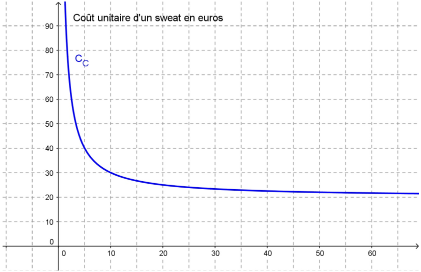
- Reprenons l'exemple initial. Lorsque le bureau des élèves achète x sweats, il réalise des dépenses $D(x) = 20x + 100$.
- Calculer le coût unitaire d'un sweat que l'on notera $C(x)$.
- Que devient le coût unitaire d'un sweat si le bureau des élèves décide d'acheter un très grand nombre de sweats ?
- 

Les limites : approche économique

- Reprenons l'exemple initial. Lorsque le bureau des élèves achète x sweats, il réalise des dépenses $D(x) = 20x + 100$.
- Calculer le coût unitaire d'un sweat que l'on notera $C(x)$.
- Que devient le coût unitaire d'un sweat si le bureau des élèves décide d'acheter un très grand nombre de sweats ?
- 

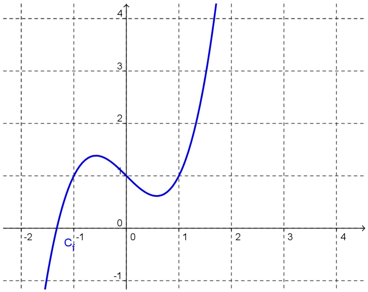
- On écrit que $\lim_{x \to +\infty} C(x) = 20$. Lorsque le nombre de sweats achetés augmente, leur coût unitaire baisse et tend vers 20 €.

Les limites : approche économique

- Reprenons l'exemple initial. Lorsque le bureau des élèves achète x sweats, il réalise des dépenses $D(x) = 20x + 100$.
- Calculer le coût unitaire d'un sweat que l'on notera $C(x)$.
- Que devient le coût unitaire d'un sweat si le bureau des élèves décide d'acheter un très grand nombre de sweats ?
- 

- On écrit que $\lim_{x \to +\infty} C(x) = 20$. Lorsque le nombre de sweats achetés augmente, leur coût unitaire baisse et tend vers 20 €.

Les limites : exemple graphique (1)

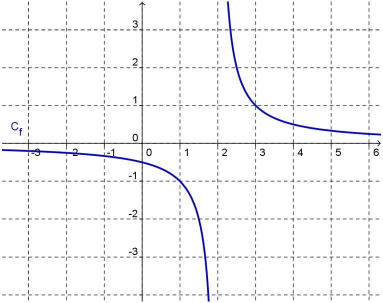


$$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -1} f(x) =$$

Les limites : exemple graphique (2)



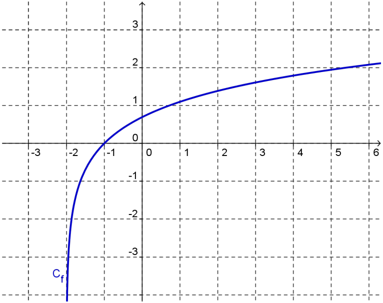
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$$

Les limites : exemple graphique (3)



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -1} f(x) =$$

Calcul de limites

En général, on calcule les limites d'une fonction uniquement aux bornes de son ensemble de définition.

Calculer les limites des fonctions suivantes aux bornes de leur ensemble de définition.

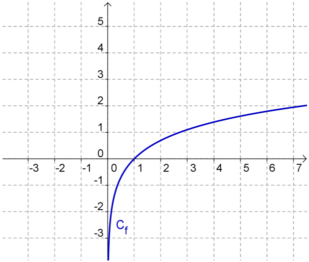
1. $f(x) = x^3 - x + 1$
2. $f(x) = \frac{1}{x-2}$
3. $f(x) = \ln(x+2)$

Continuité

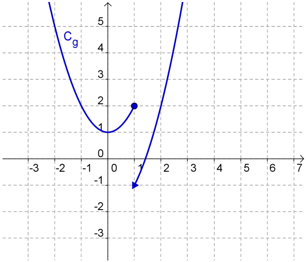
Définition

On dit qu'une fonction est continue lorsque sa courbe représentative n'admet pas de "saut".

Remarque : La définition formelle précise sera vue en cours.

- 

La fonction f est continue.

- 

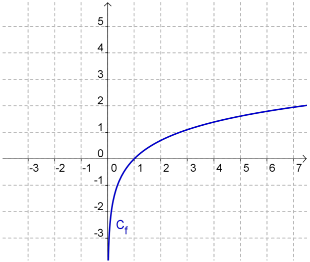
g n'est pas continue : il y a un saut en 1.

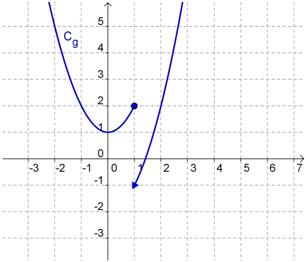
Continuité

Définition

On dit qu'une fonction est continue lorsque sa courbe représentative n'admet pas de "saut".

Remarque : La définition formelle précise sera vue en cours.

- 

La fonction f est continue.
- 

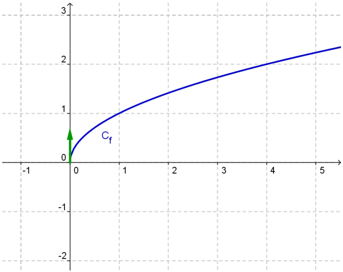
g n'est pas continue : il y a un saut en 1.

Continuité

La plupart des fonctions usuelles sont continues sur leur ensemble de définition. C'est le cas notamment des fonctions polynomiales, du logarithme, de l'exponentielle...

Dérivabilité

La plupart des fonctions usuelles sont dérivables sur leur ensemble de définition (i.e. admettent une dérivée). Toutefois, certaines fonctions ne sont pas dérivables sur l'intégralité de leur ensemble de définition. Par exemple, les fonctions admettant une tangente verticale en un point ne sont pas dérivables en ce point. C'est le cas pour la fonction racine carrée en 0. Cette fonction est définie et continue sur $[0;+\infty[$ mais dérivable seulement sur $]0;+\infty[$.



Étude de fonction

Une étude de fonction consiste généralement en plusieurs étapes.
On peut notamment étudier :

- l'ensemble de définition de la fonction
- la continuité de la fonction
- les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition
- les asymptotes éventuelles à la courbe
- la dérivabilité de la fonction
- la dérivée de la fonction
- le signe de la dérivée de f pour en déduire les variations de la fonction f
- la tangente à la courbe en un point

On termine généralement l'étude par le tracé de la courbe représentative de la fonction.

Étude de la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

Étudier la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$.

Étude de la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

Ensemble de définition :

La fonction $x \mapsto x - 1$ est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$, la fonction $x \mapsto e^x$ est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ et est strictement positive donc la fonction f est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$.

Continuité :

La fonction f est continue sur $\mathbb{R}$ en tant que quotient de fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

Limites :

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x-1}{e^x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = 0^+$ (par croissance comparée des fonctions $x \mapsto x$ et $x \mapsto e^x$).

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x-1}{e^x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x}{e^x} = \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$.

Étude de la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

Asymptotes à la courbe

Les asymptotes éventuelles à la courbe sont des droites sur lesquelles se "posent" la fonction aux bornes de l'ensemble de définition.

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ donc la fonction f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$.

La fonction n'admet pas d'asymptote quand x tend vers $-\infty$.

Étude de la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

Dérivabilité :

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{e^x-(x-1)e^x}{(e^x)^2} = \frac{(-x+2)e^x}{e^{2x}} = \frac{-x+2}{e^x}$.

Signe de la dérivée :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-x+2$		$+$	0	$-$	
e^x			$+$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

Étude de la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

Tableau de variations de f :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	e^{-2}	$\searrow$	0

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $f(2) = \frac{2-1}{e^2} = \frac{1}{e^2} = e^{-2} \simeq 0,14$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0^+$

Étude de la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

Tangente à la courbe

La tangente à la courbe au point d'abscisse x_0 est la droite passant par le point de coorodonnées $(x_0, f(x_0))$ qui approche le mieux la courbe.

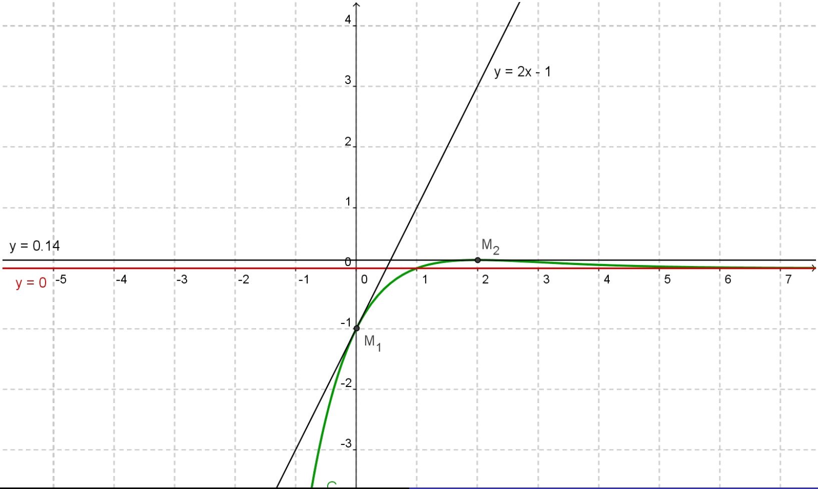
L'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse x_0 est donnée par $\boxed{y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)}$.

Au point d'abscisse 0, $f(0) = \frac{-1}{e^0} = \frac{-1}{1} = -1$ et $f'(0) = \frac{2}{e^0} = 2$. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 a donc pour équation : $y = f(0) + f'(0)(x - 0)$ c'est-à-dire $y = -1 + 2x$ i.e. $y = 2x - 1$.

Au point d'abscisse 2, $f(2) = e^{-2}$ et $f'(2) = 0$. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2 a donc pour équation : $y = f(2) + f'(2)(x - 2)$ c'est-à-dire $y = e^{-2}$

Étude de la fonction $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

Tracé de la courbe représentative de f



Étude de la fonction $g(x) = \frac{x^2+1}{2x-1}$

Étudier la fonction $g(x) = \frac{x^2+1}{2x-1}$.

Étude de la fonction $g(x) = \frac{x^2+1}{2x-1}$

Pour tout $x \in \mathbb{R} \backslash \{\frac{1}{2}\}$, $g(x) = \frac{x^2+1}{2x-1}$.

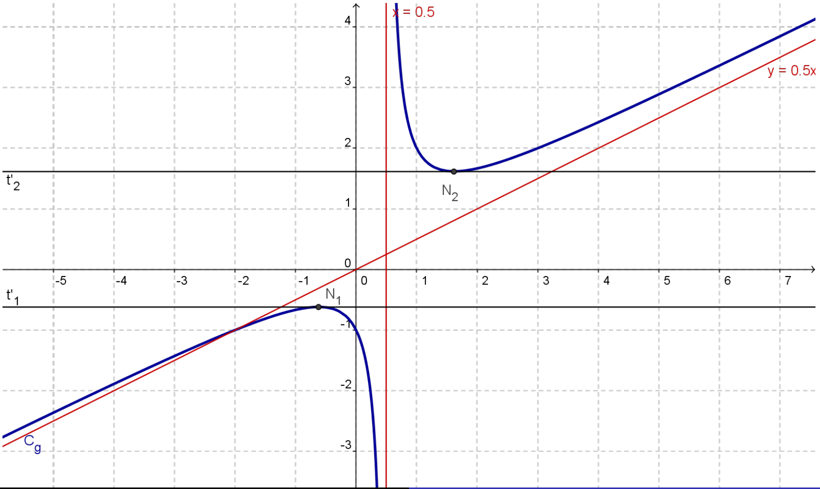
Pour tout $x \in \mathbb{R} \backslash \{\frac{1}{2}\}$, $g'(x) = \frac{2x^2-2x-2}{(2x-1)^2}$.

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

où $\frac{1-\sqrt{5}}{2} \simeq -0,62$ et $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1,62$.

Étude de la fonction $g(x) = \frac{x^2+1}{2x-1}$

Tracé de la courbe représentative de g



Les pourcentages

Au 1er janvier 2014, la France (hors Mayotte) compte 65 820 916 habitants selon l'INSEE.

- Les moins de 20 ans représentent $24,6\%$ de la population. Combien sont-ils ?
- Les nonagénaires représentent 676 354 habitants. Quelle proportion de la population représentent-ils ?

Le chiffres d'affaires d'une start-up est de 1 million d'€ en 2014.

Les pourcentages

Au 1er janvier 2014, la France (hors Mayotte) compte 65 820 916 habitants selon l'INSEE.

- Les moins de 20 ans représentent $24,6\%$ de la population. Combien sont-ils ?
- Les nonagénaires représentent 676 354 habitants. Quelle proportion de la population représentent-ils ?

Le chiffres d'affaires d'une start-up est de 1 million d'€ en 2014.

- On suppose que son chiffre d'affaires augmente de 10% par an. Quel sera son chiffre d'affaires en 2015 ? en 2017 ?

Les pourcentages

Au 1er janvier 2014, la France (hors Mayotte) compte 65 820 916 habitants selon l'INSEE.

- Les moins de 20 ans représentent $24,6\%$ de la population. Combien sont-ils ?
- Les nonagénaires représentent 676 354 habitants. Quelle proportion de la population représentent-ils ?

Le chiffres d'affaires d'une start-up est de 1 million d'€ en 2014.

- On suppose que son chiffre d'affaires augmente de 10% par an. Quel sera son chiffre d'affaires en 2015 ? en 2017 ?
- On suppose que son chiffre d'affaires était de 500 000 € en 2010. Quel est le taux de croissance annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2010 et 2014 ?

Les pourcentages

Au 1er janvier 2014, la France (hors Mayotte) compte 65 820 916 habitants selon l'INSEE.

- Les moins de 20 ans représentent $24,6\%$ de la population. Combien sont-ils ?
- Les nonagénaires représentent 676 354 habitants. Quelle proportion de la population représentent-ils ?

Le chiffres d'affaires d'une start-up est de 1 million d'€ en 2014.

- On suppose que son chiffre d'affaires augmente de 10% par an. Quel sera son chiffre d'affaires en 2015 ? en 2017 ?
- On suppose que son chiffre d'affaires était de 500 000 € en 2010. Quel est le taux de croissance annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2010 et 2014 ?
- Quel serait le taux de croissance annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2014 et 2020 si son chiffre d'affaires atteignait 5 millions d'euros en 2020 ?

Les pourcentages

Au 1er janvier 2014, la France (hors Mayotte) compte 65 820 916 habitants selon l'INSEE.

- Les moins de 20 ans représentent $24,6\%$ de la population. Combien sont-ils ?
- Les nonagénaires représentent 676 354 habitants. Quelle proportion de la population représentent-ils ?

Le chiffres d'affaires d'une start-up est de 1 million d'€ en 2014.

- On suppose que son chiffre d'affaires augmente de 10% par an. Quel sera son chiffre d'affaires en 2015 ? en 2017 ?
- On suppose que son chiffre d'affaires était de 500 000 € en 2010. Quel est le taux de croissance annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2010 et 2014 ?
- Quel serait le taux de croissance annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2014 et 2020 si son chiffre d'affaires atteignait 5 millions d'euros en 2020 ?

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.
- Calculer $i(2)$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.
- Calculer $i(2)$.
- Résoudre l'équation $h(x) = -27$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.
- Calculer $i(2)$.
- Résoudre l'équation $h(x) = -27$.
- Résoudre l'équation $j(x) = -2$ puis $k(x) = -2$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.
- Calculer $i(2)$.
- Résoudre l'équation $h(x) = -27$.
- Résoudre l'équation $j(x) = -2$ puis $k(x) = -2$.
- Résoudre l'inéquation $j(x) \leq -2$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.
- Calculer $i(2)$.
- Résoudre l'équation $h(x) = -27$.
- Résoudre l'équation $j(x) = -2$ puis $k(x) = -2$.
- Résoudre l'inéquation $j(x) \leq -2$.
- Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}$, puis $\frac{1}{x} > -\frac{1}{4}$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.
- Calculer $i(2)$.
- Résoudre l'équation $h(x) = -27$.
- Résoudre l'équation $j(x) = -2$ puis $k(x) = -2$.
- Résoudre l'inéquation $j(x) \leq -2$.
- Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}$, puis $\frac{1}{x} > -\frac{1}{4}$.
- Résoudre l'inéquation $k(x) \leq -2$.

Techniques de calcul

Soient $f(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{x+3}{x+1}$, $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{2x^2+2}$, $h(x) = \frac{x^8}{x^5}$, $i(x) = (x^3)^x$, $j(x) = \frac{3x+1}{3}$ et $k(x) = \frac{3x+1}{2x+3}$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $g(2)$.
- Calculer $h(5)$.
- Calculer $i(2)$.
- Résoudre l'équation $h(x) = -27$.
- Résoudre l'équation $j(x) = -2$ puis $k(x) = -2$.
- Résoudre l'inéquation $j(x) \leq -2$.
- Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}$, puis $\frac{1}{x} > -\frac{1}{4}$.
- Résoudre l'inéquation $k(x) \leq -2$.

À propos des racines

- Calculer $\sqrt{16+25}$.
- Calculer $\sqrt{16\times 25}$.

À propos des racines

- Calculer $\sqrt{16+25}$.
- Calculer $\sqrt{16\times 25}$.
- Calculer $\sqrt{2^2+4^2}$.

À propos des racines

- Calculer $\sqrt{16+25}$.
- Calculer $\sqrt{16\times 25}$.
- Calculer $\sqrt{2^2+4^2}$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x}=5$.

À propos des racines

- Calculer $\sqrt{16+25}$.
- Calculer $\sqrt{16\times 25}$.
- Calculer $\sqrt{2^2+4^2}$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x}=5$.
- Résoudre l'inéquation $\sqrt{x}\geq 5$.

À propos des racines

- Calculer $\sqrt{16+25}$.
- Calculer $\sqrt{16\times 25}$.
- Calculer $\sqrt{2^2+4^2}$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x}=5$.
- Résoudre l'inéquation $\sqrt{x}\geq 5$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x^2+9}=5$.

À propos des racines

- Calculer $\sqrt{16+25}$.
- Calculer $\sqrt{16\times 25}$.
- Calculer $\sqrt{2^2+4^2}$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x}=5$.
- Résoudre l'inéquation $\sqrt{x}\geq 5$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x^2+9}=5$.
- Résoudre l'inéquation $\sqrt{x^2+9}\geq 5$.

À propos des racines

- Calculer $\sqrt{16+25}$.
- Calculer $\sqrt{16 \times 25}$.
- Calculer $\sqrt{2^2+4^2}$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x} = 5$.
- Résoudre l'inéquation $\sqrt{x} \geq 5$.
- Résoudre l'équation $\sqrt{x^2+9} = 5$.
- Résoudre l'inéquation $\sqrt{x^2+9} \geq 5$.

Factoriser et développer

- Développer l'expression $f(x) = (x+1)(x+3)$.
- Développer l'expression $f(x) = (x^2+2x+1)(2x^2+3x+1)$.

Factoriser et développer

- Développer l'expression $f(x) = (x+1)(x+3)$.
- Développer l'expression $f(x) = (x^2+2x+1)(2x^2+3x+1)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = (x+1)(x^2+3x+1) - (x+1)(x+2)$.

Factoriser et développer

- Développer l'expression $f(x) = (x+1)(x+3)$.
- Développer l'expression $f(x) = (x^2+2x+1)(2x^2+3x+1)$.
- Factoriser l'expression
  $f(x) = (x+1)(x^2+3x+1) - (x+1)(x+2)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = x^2 - 6x + 9$.

Factoriser et développer

- Développer l'expression $f(x) = (x+1)(x+3)$.
- Développer l'expression $f(x) = (x^2+2x+1)(2x^2+3x+1)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = (x+1)(x^2+3x+1) - (x+1)(x+2)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = x^2 - 6x + 9$.
- Factoriser l'expression $f(x) = 4x^2 + 20x + 25$.

Factoriser et développer

- Développer l'expression $f(x) = (x+1)(x+3)$.
- Développer l'expression $f(x) = (x^2+2x+1)(2x^2+3x+1)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = (x+1)(x^2+3x+1) - (x+1)(x+2)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = x^2 - 6x + 9$.
- Factoriser l'expression $f(x) = 4x^2 + 20x + 25$.
- Factoriser l'expression $f(x) = x^2 - (4x^2 - 12x + 9)$.

Factoriser et développer

- Développer l'expression $f(x) = (x+1)(x+3)$.
- Développer l'expression $f(x) = (x^2+2x+1)(2x^2+3x+1)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = (x+1)(x^2+3x+1) - (x+1)(x+2)$.
- Factoriser l'expression $f(x) = x^2 - 6x + 9$.
- Factoriser l'expression $f(x) = 4x^2 + 20x + 25$.
- Factoriser l'expression $f(x) = x^2 - (4x^2 - 12x + 9)$.

Maîtriser le formalisme

- Soit $f(a) = ax + b$. Calculer f'.
- Soit $x(f) = 4f + 2$. Calculer $x'(f)$.

Maîtriser le formalisme

- Soit $f(a) = ax + b$. Calculer f'.
- Soit $x(f) = 4f + 2$. Calculer $x'(f)$.
- Soit $f(y) = 4y + 1$ et $g(x) = 3x - 1$. Calculer $f(g(x))$.

Maîtriser le formalisme

- Soit $f(a) = ax + b$. Calculer f'.
- Soit $x(f) = 4f + 2$. Calculer $x'(f)$.
- Soit $f(y) = 4y + 1$ et $g(x) = 3x - 1$. Calculer $f(g(x))$.
- Résoudre l'équation $x^4 - 9 = 0$.

Maîtriser le formalisme

- Soit $f(a) = ax + b$. Calculer f'.
- Soit $x(f) = 4f + 2$. Calculer $x'(f)$.
- Soit $f(y) = 4y + 1$ et $g(x) = 3x - 1$. Calculer $f(g(x))$.
- Résoudre l'équation $x^4 - 9 = 0$.

Pour aller plus loin

- Résoudre l'équation $2\ln(x-1) = \ln(2x) - 2\ln(2)$.
- Résoudre l'équation $4e^{-5x} + 3e^{-3x} - e^{-x} = 0$.

Pour aller plus loin

- Résoudre l'équation $2\ln(x-1) = \ln(2x) - 2\ln(2)$.
- Résoudre l'équation $4e^{-5x} + 3e^{-3x} - e^{-x} = 0$.
- Pour tout $p \in \mathbb{R}$, et pour tout $x > 0$, $f(x) = x^p = e^{p\ln(x)}$. Calculer f'.

Pour aller plus loin

- Résoudre l'équation $2\ln(x-1) = \ln(2x) - 2\ln(2)$.
- Résoudre l'équation $4e^{-5x} + 3e^{-3x} - e^{-x} = 0$.
- Pour tout $p \in \mathbb{R}$, et pour tout $x > 0$, $f(x) = x^p = e^{p\ln(x)}$. Calculer f'.
- Soit $a > 0$. On note $g(x) = a^x$. Calculer g'.

Pour aller plus loin

- Résoudre l'équation $2\ln(x-1) = \ln(2x) - 2\ln(2)$.
- Résoudre l'équation $4e^{-5x} + 3e^{-3x} - e^{-x} = 0$.
- Pour tout $p \in \mathbb{R}$, et pour tout $x > 0$, $f(x) = x^p = e^{p\ln(x)}$. Calculer f'.
- Soit $a > 0$. On note $g(x) = a^x$. Calculer g'.
- Résoudre le système d'équations : $\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y & = & 4 \\ -x+2y & = & -4 \end{array}\right.$

Pour aller plus loin

- Résoudre l'équation $2\ln(x-1) = \ln(2x) - 2\ln(2)$.
- Résoudre l'équation $4e^{-5x} + 3e^{-3x} - e^{-x} = 0$.
- Pour tout $p \in \mathbb{R}$, et pour tout $x > 0$, $f(x) = x^p = e^{p\ln(x)}$. Calculer f'.
- Soit $a > 0$. On note $g(x) = a^x$. Calculer g'.
- Résoudre le système d'équations : $\begin{cases} 3x + 2y & = & 4 \\ -x + 2y & = & -4 \end{cases}$
- Résoudre le système d'équations : $\begin{cases} 2\sqrt{2}x + 3y & = & 13 \\ -x + 2\sqrt{2}y & = & 5\sqrt{2} \end{cases}$

Pour aller plus loin

- Résoudre l'équation $2\ln(x-1) = \ln(2x) - 2\ln(2)$.
- Résoudre l'équation $4e^{-5x} + 3e^{-3x} - e^{-x} = 0$.
- Pour tout $p \in \mathbb{R}$, et pour tout $x > 0$, $f(x) = x^p = e^{p\ln(x)}$. Calculer f'.
- Soit $a > 0$. On note $g(x) = a^x$. Calculer g'.
- Résoudre le système d'équations : $\left\{\begin{array}{rcl} 3x + 2y & = & 4 \\ -x + 2y & = & -4 \end{array}\right.$
- Résoudre le système d'équations : $\left\{\begin{array}{rcl} 2\sqrt{2}x + 3y & = & 13 \\ -x + 2\sqrt{2}y & = & 5\sqrt{2} \end{array}\right.$

Bibliographie

Tout livre de Terminale S ou ES

Van de Craats, Bosch, *Tout ce que vous avez appris et oublié en maths !*, Pearson